

# Lista de Exercícios

## Otimização com Derivadas

Cálculo Diferencial e Integral - Tecnologia em Manutenção Industrial  
FATEC Cariri  
Flávio Murilo de Carvalho Leal

### Instruções

Resolva os problemas abaixo utilizando derivadas para encontrar máximos e mínimos. Sempre que possível, interprete o resultado no contexto do problema.

### Exercícios

1. Determine os pontos de máximo e mínimo da função:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$$

2. Encontre as dimensões de um retângulo de área máxima que pode ser inscrito sob a curva:

$$y = 12 - x^2$$

e acima do eixo  $x$ .

3. Um agricultor deseja cercar um terreno retangular utilizando 100 metros de cerca. Quais devem ser as dimensões do terreno para maximizar a área?
4. Determine o ponto da parábola  $y = x^2$  que está mais próximo do ponto  $(0, 3)$ .
5. Uma caixa sem tampa deve ser construída a partir de uma folha quadrada de 20 cm de lado, cortando quadrados iguais nos cantos. Qual deve ser o lado dos quadrados cortados para maximizar o volume da caixa?

6. Encontre o valor máximo da função:

$$f(x) = x\sqrt{16 - x^2}, \quad 0 \leq x \leq 4$$

7. Uma empresa determina que o custo (em reais) para produzir  $x$  unidades de um produto é dado por:

$$C(x) = 2x^2 - 24x + 100$$

Determine o número de unidades que minimiza o custo.

8. Um cilindro deve ser construído com volume fixo de  $1000 \text{ cm}^3$ . Determine as dimensões (raio e altura) que minimizam a área da superfície.
9. Encontre o ponto da curva  $y = \ln(x)$  onde a reta tangente tem inclinação mínima.
10. Uma lata cilíndrica deve ter volume de  $500 \text{ cm}^3$ . Determine as dimensões que minimizam a quantidade de material utilizado.
11. Determine o valor de  $x$  que maximiza a função:

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$$

12. Um fio de comprimento 10 m é cortado em duas partes. Uma parte forma um quadrado e a outra um círculo. Como deve ser feito o corte para minimizar a soma das áreas?
13. Encontre as dimensões do maior retângulo que pode ser inscrito em um círculo de raio  $r$ .
14. Uma escada de 10 m está apoiada em uma parede. Se a base da escada se afasta da parede a uma taxa de  $1 \text{ m/s}$ , a que taxa o topo da escada desce quando a base está a 6 m da parede? (Relacionado à otimização dinâmica)
15. Determine os valores de  $a$  e  $b$  para que a função:

$$f(x) = ax^2 + bx + 1$$

tenha um mínimo no ponto  $x = 2$ .

## Desafio

- Resolva o problema da caixa (Exercício 5) considerando agora que há restrições de custo do material, variando com a área.